

HRÁME SA NIM

Úlohy 1, 2, 3 a 4 postupne po krokoch analyzujú priebeh hry NIM. Cieľom je objaviť stratégiu vedúcu k víťazstvu.

V úlohách 5, 6, 7 a 8 obmieňame rôznym spôsobom pravidlá uvedenej hry. Tieto úlohy sú navzájom nezávislé, nie je nutné riešiť ich všetky.

V úlohách 4 – 8 používame pojem vyhŕavajúca stratégia (opisujeme ho v texte pred úlohou 4). Je dobré so žiakmi diskutovať o tom, čo toto slovné spojenie znamená.

Namiesto fazuliek je možné použiť akékoľvek iné predmety, prípadne si namiesto fazuliek nakresliť príslušný počet čiarok a tie škrtať.

Po zoznámení sa s pravidlami hry NIM a jej jednotlivými obmenami odporúčame, aby si žiaci každú hru niekoľkokrát zahrali. Je dôležité, aby hru každý hral aj ako začínajúci hráč aj ako hráč, ktorý ťahá druhý v poradí.

Po každej úlohe odporúčame spoločne diskutovať o jej riešeníach.

Pokiaľ sa úlohy javia pre triedu náročnejšie, odporúčame riešiť ich v skupinách.

1. nie

- Ak by zobral 2 fazuľky, Pavla by zobrala 2 fazuľky a vyhrala by.
- Ak by zobral 3 fazuľky, Pavla by zobrala 1 fazuľku a vyhrala by.

Iné možnosti nie sú. Zistili sme teda:

*ak sú na stole 4 fazuľky, tak hráč, ktorý je na ťahu, prehrá
(ak jeho súper nespraví chybu).* (A)

2. áno

Existuje niekoľko možných prístupov k riešeniu:

1. Uviesť konkrétny priebeh hry (počínajúc zmeneným tretím ťahom) tak, aby Karol vyhral, napr.
 3. ťah: Karol zobral 3, ostali 4. Pavla zobrala 1, ostali 3.
 4. ťah: Karol zobral 3 a vyhral.
2. Využiť výsledok úlohy č. 1: kto je na ťahu pri 4 fazuľkách, tak prehrá, pozri poznatok (A). Na kope pred Karolom je 7 fazuliek. Ak by zobral 3 fazuľky, tak Pavla by mala 4 fazuľky, a teda by prehrala.

Ak žiaci neobjavia druhý z uvedených prístupov, mal by ich učiteľ v diskusii najprv priviesť k tomu, aby skúsili navrhnuť aj iné konkrétne priebehy hry (od zmeneného tretieho ťahu).

3. áno

Pavla mala pred sebou 10 fazuliek. V opísanom priebehu hry zobrala 3 fazuľky a napokon prehrala. Ak by zobrala 2 fazuľky, tak pred Karolom by bolo 8 fazuliek. Nech by zobral Karol 1, 2 alebo 3 fazuľky, tak Pavla môže svojím ťahom doceliť, aby Pavlovi na ďalší ťah ostali 4 fazuľky. V tom prípade by sa Karol dostal do pozície, v ktorej určite (pri dobrej hre Pavly) prehrá, pozri poznatok (A). Zistili sme teda:

*ak je na stole 8 fazuliek, tak hráč, ktorý je na ťahu, prehrá
(ak jeho súper nespraví chybu).* (B)

4. Pre druhého hráča.

Stačí, ak hráč, ktorý je druhý v poradí, odoberie toľko fazuliek, aby celkový počet fazuliek odobratých obidvomi hráčmi v jednom ťahu bol 4. Teda, ak prvý hráč odoberie

- 1 fazuľku, druhý hráč odoberie 3 fazuľky,
- 2 fazuľky, druhý hráč odoberie tiež 2 fazuľky,
- 3 fazuľky, druhý hráč odoberie 1 fazuľku.



Týmto postupom druhý hráč docieli, že prvý hráč bude mať pred sebou postupne 12 fazuliek, 8 fazuliek a 4 fazuľky. Z riešenia úloh 1 a 3 vieme, že začínajúci hráč prehráva, pozri poznatky (A) a (B). Teda druhý hráč určite vyhrá (ak nespraví chybu).

5. Pre **začínajúceho** hráča.

Začínajúci hráč najprv zoberie 2 fazuľky. Potom bude vždy ťahať podobne ako v predchádzajúcej úlohe doplnok do počtu 4 fazuľky. Tým docieli, že súper bude mať pred sebou postupne 20, 16, 12, 8 a 4 fazuľky, a teda prehrá, pozri poznatky (A) a (B) z riešenia úloh 1 a 3.

6. Pre **začínajúceho** hráča.

Začínajúci hráč najprv zoberie 1 fazuľku. Potom bude vždy odoberať doplnok do 5. Tým docieli, že súper bude mať pred sebou postupne 25, 20, 15, 10 a 5 fazuliek, a teda prehrá.

7. Pre **druhého** hráča.

- Ak ostane hráčovi jedna fazuľka, prehral, lebo ju musí zobrať.
- Ak sú pred hráčom, ktorý je na ťahu, dve, tri alebo štyri fazuľky, môže odobrať jednu, dve alebo tri a dostať tak súpera do prehrávajúcej pozície.
- Ak je pred hráčom, ktorý je na ťahu, päť fazuliek, prehráva. Nech by odobral akýkoľvek počet fazuliek, druhému hráčovi nechá 2, 3 alebo 4 fazuľky. Z predchádzajúceho odseku vieme, že každá z týchto pozícií je vyhrávajúca.

Podobnou úvahou sa dá objaviť, že prehrávajúce pozície sú aj 9, 13, 17 a 21 fazuliek. Vždy stačí, ak súper doplní počet odobratých fazuliek do 4.

Číslo 21 – čo je počet fazuliek na začiatku hry – je prehrávajúca pozícia, preto prvý hráč prehrá (ak druhý hráč neurobí chybu).

8. Pre **začínajúceho** hráča.

Prvý hráč začne číslom 2. Potom vždy k súperovmu číslu pripočíta jeho doplnok do 4. Tým docieli, že súčty pred súperovým ťahom budú 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26 a 30, a teda druhý hráč prehrá.